نـــمـــــوذج إجـــــــابـــة

جامعة الفيوم - كلية التربية (عام) ديـــنـــاميـــكا *متحان نهاية الفصل الدراسي الثاني*

الفرقـــة الثانية (شعبة رياضيات) ١٥/ يونية / ٢٠١٠

الممتحن : د.م / كـــارم مـحـمـود **الزمن: ٣ ساعات**

إجابة السؤال الأول: ٣٠ درجة

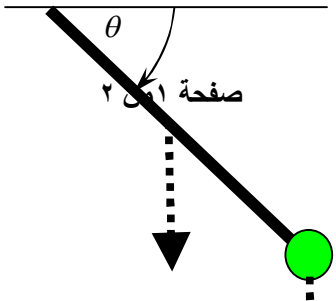
١)	الحركه الانتقالية للجسم الجاسئ
٢)	البندول المركب
٣)	الشكل الهندسي
٤)	الكتلة
٥)	4
٦)	$v(t) = \lambda - 10(t - \beta)$
٧)	-20
٨)	العزوم حول نقطة
٩)	0
١٠)	$\ddot{\theta} + \frac{mgh}{I_0}\theta = 0$

إجابة السؤال الثاني: ٣٠ درجة

١)	د
٢)	د
٣)	د
٤)	أ
٥)	أ
٦)	أ
٧)	ب
٨)	ب
٩)	ب
١٠)	أ

إجابة السؤال الثالث: ٣٠ درجة

يمكن ان نحسب $\bar{r}$ للجسم الجاسئ الموضح كالتالي:



$\bar{r} = \dfrac{\bar{r}_1 m_1 + \bar{r}_2 m_2}{m_1 + m_2} = \dfrac{(0.5)*(1)+(1)*(1)}{1+1} = \dfrac{3}{4}$ حيث m_1 كتلة القضيب و m_2 كتلة الجسيم

و كذلك يمكن ان نحسب I_O للجسم الجاسئ الموضح كالتالي: $I_O = m_1 l^2/3 + m_2 l^2 = 1/3 + 1 = 4/3$

أ) بتطبيق معادلة العزوم حول O:

$$M_O = I_O * \alpha \Rightarrow 2*10*(3/4)\cos\theta = 4\alpha/3 \Rightarrow \alpha = (45/4)*\cos\theta = 11.25*\cos\theta$$

و بذلك يمكن حساب السرعة الزاويّة ω من العجلة الزاويّة α كالتالي:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \omega\frac{d\omega}{d\theta} \Rightarrow \int_{2.18}^{\omega} \omega\, d\omega = \int_{\pi/6}^{\theta} (45/4)\cos\theta\, d\theta$$

$$\frac{\omega^2}{2}\Big|_{2.18}^{\omega} = \frac{45}{4}\sin\theta\Big|_{\pi/6}^{\theta} \Rightarrow \omega^2 - 2.18^2 = \frac{45}{2}*(\sin\theta - 0.5) = 22.5*\sin\theta - 6.4976$$

عندما $\theta = \pi/2$ نجد أن: $\alpha = 0$ و $\omega^2 \cong 16$

لحساب مقدار العجلة نحسب a_r و a_θ كالتالي: $a_\theta = \alpha\bar{r} = 0$, $a_r = -\omega^2\bar{r} = -16*(3/4) = -12$

$$\Rightarrow a = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2} = \sqrt{(-12)^2 + 0^2} \Rightarrow \boxed{a = 12 \quad \text{rad/sec}}$$

ب) $$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_O}{mgh}} = 2\pi\sqrt{\frac{4/3}{2*10*(3/4)}} \Rightarrow \boxed{T \cong 1.87 \ \text{sec}}$$

إجابة السؤال الرابع: ٣٠ درجة بالتعويض عن $V_0 = 0$ في معادلة الحركة بكتلة متغيرة (لأن السحابة ساكنة):

$$F = \frac{d}{dt}(M\,v) \Rightarrow M\,g = \frac{d}{dt}(M\,v) \Rightarrow \frac{4}{3}\pi r^3 g = \frac{d}{dr}\left(\frac{4}{3}\pi r^3 v\right)\frac{dr}{dt} \Rightarrow \int_{3a}^{r} r^3 g\, dr = \lambda \int_{0}^{r^3 v} d\left(r^3 v\right)dr$$

$$\Rightarrow \lambda\left(r^3 v\right) = g\frac{r^4}{4}\Big|_{3a}^{r} = \frac{g}{4}\left(r^4 - (3a)^4\right) \Rightarrow v = \frac{g\,r}{4\lambda}\left(1 - \left(\frac{3a}{r}\right)^4\right)$$

بالتعويض عن $\lambda = 15a/16$ و عندما $r = 6a$ نحسب السرعة المطلوبة كما يلي:

$$v = \frac{16*6a\,g}{4*15a}\left(1 - \left(\frac{3a}{6a}\right)^4\right) = 16\left(1 - 0.5^4\right) = 16*15/16 \Rightarrow \boxed{v = 15\ m/\text{sec}}$$

إجابة السؤال الخامس: ٢٠ درجة بتطبيق قانون نيوتن للحركة الخطية نجد أن:

$$\sum F = ma \Rightarrow \mu g - \mu v = \mu a \Rightarrow \frac{dv}{dt} = g - v \Rightarrow \frac{dv}{g - v} = dt$$

$$\int_5^v \frac{dv}{g - v} = \int_0^t dt \Rightarrow \ln(10 - v)\Big|_5^v = -t \Rightarrow \ln(10 - v)\Big|_5^v = -t$$

$$\Rightarrow v = 10 - 5e^{-t} \Rightarrow \ln\left((10 - v)/5\right) = -t$$

نحسب السرعة النهائية للجسيم عندما $t \to \infty$ فنجد أن $\boxed{v = 10 \quad m/\text{sec}}$

مع دعواتي بالتفوق د.م / كـارم مـحـمـود (كلية الهندسة)