

ملخص الرسالة باللغة العربية

يعود ظهور المعادلات الديناميكية على مقاييس الزمن الى عام ١٩٩٠ عندما استطاع هلجر [١١] توحيد دراسة المعادلات التفاضلية والمعادلات الفرقية في نظريه رياضيه واحده، وبالتالي أمكن إزالة الغموض في كثير من الجوانب التي تتعلق بخواص الحلول وتجنب تكرار النتائج. مقياس الزمن T هو مجموعه مغلقة من مجموعه الاعداد الحقيقيه. المعادلة التي يظهر فيها الاشتقاق D تسمى معادله ديناميكيه. تصبح المعادلة الديناميكيه معادلة تفاضليه عندما $T = R$ وتصبح معادله فرقيه عندما $T = Z$.

ومنذ ذلك الوقت قام العديد من الباحثين بدراسة خواص العديد من المعادلات الديناميكيه على مقاييس الزمن. ومع ذلك لم يكن هناك الاهتمام الكافي بدراسة المعادلات التكامليه على مقاييس الزمن. فأهمية المعادلات التكامليه تظهر عند دراسة نمذجة كثير من الظواهر في الفيزياء والبيولوجيا والاقتصاد ... إلخ. وقد جذب Tisdell and Kulik [١٧] اهتمام الباحثين إلى أهمية دراسة المعادلات التكامليه على مقاييس الزمن حيث أنه في كثير من الاحيان يتم دراسة الخواص النوعيه لكثير من المعادلات الديناميكيه وذلك بدراسة المعادلة التكامليه المكافئه لها. كما أن دراسة المعادلات التكامليه على مقاييس الزمن تعطى بعدا أعمق لفهم طبيعة عمل الانظمة الديناميكيه التي تتغير مع مرور الزمن بصورة متقطعه احيانا ومتصله أحيانا أخرى.

تهدف هذه الرسالة الى دراسة خواص حلول بعض انواع المعادلات التكامليه على مقاييس الزمن. تتكون الرسالة من اربعة ابواب:

الباب الاول: يحتوى على المفاهيم الاساسيه للتفاضل والتكامل على مقاييس الزمن وبعض الخواص والنتائج والنظريات التي لها دورا أساسيا في بقية الابواب.

الباب الثاني: يتناول دراسة خواص الحلول للمعادلات التكامليه الاتيه

$$x(t) = f(t, x(t), \int_a^t h(t, s, x(s)) \Delta s, \int_a^b g(t, s, x(s)) \Delta s), \quad t \in [a, \infty)_T \quad (1)$$

$$x^\Delta(t) = f(t, x(t), \int_a^t h(t, s, x(s)) \Delta s, \int_a^b g(t, s, x(s)) \Delta s), \quad t \in [a, \infty)_T \quad (2)$$

حيث $h : [a, \mathbb{Y}]_T^2 \rightarrow \mathbf{X} \otimes \mathbf{X}$, $f : [a, \mathbb{Y}]_T \rightarrow \mathbf{X}' \otimes \mathbf{X}' \otimes \mathbf{X} \otimes \mathbf{X}$ و $g : [a, \mathbb{Y}]_T^2 \rightarrow \mathbf{X} \otimes \mathbf{X}$, فراغ باناخ.

استخدمنا نظرية باناخ للنقطة الثابتة في اثبات وجود و وحدائية الحل للمعادلات التكاملية (١) و (٢). وقد حصلنا على صورة بعض من متباينات باشبات على مقاييس الزمن والتي استخدمت في اثبات وجود حد لحلول كلا من المعادلتين وايضا في دراسة الاعتماد المتصل لحلول كلا من المعادلات (١) و (٢) على الدوال f, g, h .

الباب الثالث: يتضمن دراسة معادلة فولترا التكامليه

$$x(t) = f(t) + \int_a^t k(t,s,x(s)) \Delta s, \quad t \in [a,b]_T \quad (3)$$

حيث T $[a,b]_T = [a,b]$ و $f : [a,b]_T \rightarrow \mathbf{R} \otimes \mathbf{R}$ و $k : [a,b]_T \times [a,b]_T \rightarrow \mathbf{R} \otimes \mathbf{R}$.

وقد قمنا بتعريف الحل الاعلى والادنى للمعادله (٣) وحصلنا على نتائج تضمن وجود و وحدائية الحل داخل مجموعة مغلقة محدهه بالحل الاعلى والحل الادنى للمعادله (٣). وباستخدام طريقة التقارب المتتالي حصلنا على الحلول العظمى والصغرى لنفس المعادله.

الباب الرابع : وفيه ندرس استقرار معادلة فولترا الخطيه

$$x(t) = f(t) + \int_a^t k(t,s)x(s) \Delta s, \quad t \in I_T \quad (4)$$

حيث I_T فترة من مقياس الزمن T و $f : I_T \rightarrow \mathbf{R} \otimes \mathbf{R}$ و $k : I_T \times I_T \rightarrow \mathbf{R} \otimes \mathbf{R}$.

قمنا بدراسة استقرار هاييرز- اولام واستقرار هاييرز- اولام - ريسيه للمعادله (٤) في حالة فترة محدوده $I_T = [a,b]_T$ ايضا في حالة فترة غير محدوده $I_T = [a, \mathbb{Y}]_T$ من مقياس الزمن.