استدلالات احصائية لنموذج وايبل الأسى : النهج البايزى وغير البايزى

رسالة مـُ قدمة إلى قسم الرياضيات– كلية العلوم (بنات)

جامعة الأزهر

للحصول على درجة العالميه (دكتوراه الفلسفة) في العلوم في الرياضيات

تخصص (الإحصاء الرياضي)

مـُ قدمه من

هبة نجاتى محمد محمود

مدرس مساعد – قسم العلوم الأساسية – كلية الحاسبات والمعلومات – جامعة الفيوم

تحت إشراف

أ.د./ محمد عبد الوهاب محمود

أستاذ متفرغ الاحصاء الرياضي

قسم الرياضيات

كلية العلوم (بنين)– جامعة الأزهر

أ.د./ لمياء صبري جاد دياب

أستاذ الاحصاء الرياضي

ورئيس قسم الرياضيات

كلية العلوم (بنات)– جامعة الأزهر

أ.د./ نبيلة محمد حسن مصطفى

أستاذ بقسم العلوم الأساسية وعميد

كلية الحاسبات والمعلوماتسابقًا

جامعة الفيوم

٢٠٢١م

الملخص العربي

التقدم التكنولوجى المتسارع وبحث المستخدم الدائم عن المنتجات التى تكون جودتها عالية وتكون صلاحيتها وضمانها أطول، أدى إلي ضرورة إجراء الباحثين لاختبارات الحياة وجمع المعلومات عن المنتجات قبل عرضها فى الأسواق.

أثناء إجراء اختبارات الحياة، فإن البيانات المسجلة من العينة المختبرة يمكن تقسيمها إلي جزئين أساسين:

أولاً. البيانات المسجلة من العينة المكتملة (Complete Sample) وفيها يتم تسجيل زمن فشل الحياة لكل وحدة من وحدات العينة المختبرة.

ثانياً. البيانات المسجلة من العينة المُراقبة (Censored Sample) : وفيها يكون من الصعب تسجيل زمن فشل الحياة لكل وحدات العينة المختبرة لفقد أو إزالة بعض الوحدات أثناء الاختبار.

ويمكن للباحثين بعد جمع البيانات إجراء استدلال احصائى للعينات المختبرة. الاستدلال الاحصائي هو عمل استدلال حول المجتمع بناءً على البيانات الواردة من العينة المأخوذة منه وذلك للحصول على نتائج يمكن تعميمها على المجتمع محل الدراسة. كما أن الاستدلال الاحصائي ينقسم إلى مجالين رئيسيين: الأول هو تقدير البارامترات (Estimation) وفيه يتم حساب اى دالة في العينة والتى تسمى الاحصاءة لتقدير بارامترات المجتمع تقديراً بنقطة وبفترة، بينما المجال الثانى فهو اختبارات الفروض (Testing Hypotheses) تستخدم لاتخاذ القرار الصحيح حول فرضيات محددة لبارامترات المجتمع.

في السنوات الأخيرة ، أصبح استخدام العينات المُراقبة (censoring) شائعًا للغاية في تجارب اختبار الحياة ودراسة الموثوقية (الصلاحية). وللعينات المُراقبة ميزة هامة ودوراً حيوياً في تحليل بيانات الحياة. وهناك عدداً من أنظمة المُراقبة المختلفة والمتاحة لمصمم التجربة. فالمُراقبة التقليدية من النوع الأول (Conventional Type-I Censoring) تتمتع بميزة تحديد زمن انتهاء التجربة ، ولكن قد لا ينتج إلا عدداً قليلاً من مرات فشل الحياة أولا يحدث أى فشل حتى هذا الزمن المحدد. ولهذا النوع من المُراقبة عيب آخر وهو العشوائية في عدد مرات الفشل للحياة ، والتي قد تؤدي إلى دالة احتمال معقدة فى البارامترات. بينما يمكن من خلالها (Conventional Type-II Censoring) المُراقبة التقليدية من النوع الثاني انهاء التجربة عند عدد محدد من الوحدات التي تفشل أثناء التجربة ولكن لا يتم ملاحظة أزمنة الفشل للوحدات المتبقية. كما أن تحديد عدد وحدات الفشل من شأنه أن يجعل زمن

الانتهاء من اختبار الحياة عشوائيً وبالتالي فإن زمناالاختبار سيكون مجهولاً أيضًا ، مما يعد عيبًا لمُراقبة التقليدية من النوع الثاني.
بإزالة التجربة لمصمم يسمحان ومن عيوب أنظمة المُراقبة التقليدية بنوعيها هي أنهما لا التجربة ماعدا عند نقطة الانتهاء من التجربة. ولتجنب عيوب أنظمة أثناء الوحدات بعض المُراقبة التقليدية بنوعيها تم استحداث نظام رقابي آخر ويُطـلق عليه نظام المُراقبة ، بالإضافة إلى ذلك (Progressive Type-II Censoring)التتـابعي من النوع الثـاني فإنه يقلل من التكلفة وزمن التجربة على حد سواء.
الهدف الرئيسي من هذه الرسالة هو الحصول على استدلال احصائي لبارامترات توزيع باستخدام أنواع مختلفة من أنظمة المُراقبة وهي : نظام المُراقبة (WED)وايبل الأسي و نظامالمُراقبة التتابعية (Progressive Type-II Censoring) التتابعي من النوع الثاني و نظام المُراقبة (Joint progressive type II censoring)المشتركة من النوع الثانى (Adaptive type-II progressive censoring) التتابعية المُعدلة من النوع الثانى (Progressive first-failure censoring)ونظاممُراقبة أول فشل تتابعي .
وتنقسم الرسالة إلى ستة أبواب بالإضافة إلى قائمة بالمراجع وملخصين ، أحدهما باللغة الآتى: النحو العربية والآخر باللغة الإنجليزية على
<u>الباب الأول</u>: تم تخصيص هذا الباب لعرض بعض المفاهيم الأساسية والتعريفات الهامة التى تم الاستعانة بها فى هذه الرسالة ، وأنواع مختلفة من نظم المُراقبة وكذلك تم وصف النهج البايزي وغير البايزي وبعض المواضيع ذات الصلة مع التفاصيل.
<u>الباب الثانى</u>: فى هذا الباب تم الحصول على التقديرات بنقطة وفترات الثقة لبارامترات عدد JPRO-II-C . تحت نظام المُراقبة WED من المجتمعات التي تتبع توزيع وايبل الأسي k و طرق البوتستراب (Bayes) وطريقة بييز (ML) حيث استخدم طريقة الإمكان الأعظم) للحصول على هذه التقديرات. علاوة على ذلك ، تم حساب فترات الثقة (bootstrap لهذه التقديرات بحساب مصفوفة فيشر للمعلوماتACIs
لدالة خسارة مربع Bayes وتقديرات (Fisher Information Matrix) ولدالة الخسارة الخطية الأسية (Squared Error Loss Function -SEL)الخطأ بإستخدام سلاسل ماركوف مونت (Linear- Exponential Loss Function-LINEX) . كما تم إعطاء صيغة القيمة المتوقعة لعدد وحدات الفشل لمجتمعين لهما (MCMC)كارلو و آخر (Simulated data)توزيع وايبل الأسي.وأخيرًا ، تم تقديم مثالين لبيانات مولدة (Simulation Study) كما تم إجراء دراسة المحاكاة (Real Life data)لبيانات حقيقية للمقارنه بين جميع الطرق المختلفة. بالإضافة إلى ذلك ، تم إجراء مقارنة بين القيمة التقريبية

و القيمة المتوقعة لعدد الوحدات التى (A.E)المتوقعة لعدد الوحدات التى فشلت قبل التجربة ستفشل بعد التجربة(S.E).

تحت نظام WED **<u>الباب الثالث</u>**: ركز هذا الباب على تقدير بارامترات توزيع وايبل الأسي بإستخدام الطرق المختلفة وهى طريقة الإمكان الأعظمA-II-PRO-C المُراقبة والبوتستراب وبييز. علاوة على ذلك ، تم الحصول على فترات الثقة التقريبية باستخدام لتقدير البارامترات مصفوفة فيشر للمعلومات. كما تم تطبيق سلاسل ماركوف مونت كارلو غير المعروفة لتوزيع وايبل الأسي بإستخدام خوارزمية متروبوليس - هاستينغز وهي الطريقة المستخدمة لتوليد عينات من الدالة البعدية. علاوة على ذلك تم حساب فترات الثقة اعتماداً على نتائج التقدير البايزى. وتم ذكر مثاليين عدديين من البيانات المولدة والحقيقية. وأخيرًا ، تم إجراء دراسة المحاكاة للمقارنة بين الطرق المختلفة.

<u>الباب الرابع</u>: تناول هذا الباب الحصول على التقدير بنقطة وبفترة لبارامترات توزيع وايبل وذلك بإستخدام الطرق PRO-I-F-Cنظام الأسي ودالتي الموثوقية و معدل الفشل تحت والبوتستراب وبييز لدوال الخسارة المتماثلة وغير المتماثلة المختلفة طريقة الإمكان الأعظم استنادًا إلى تقديرات الإمكان الأعظم (General Entropy Loss Function- GEL) نقوم بالحصول على فترات الثقة التقريبية للبارامترات بحساب مصفوفة فيشر للمعلومات. وأيضاً أاستخدمت طريقة دلتا والبوتستراب لتقدير فترات الثقة التقريبية لدالتي الموثوقية و للحصول على تقديرات بييز معدل الفشل. وأيضا تم إستخدام سلاسل ماركوف مونت كارلو وفترات الثقة المقابلة لها. وتم ذكر مثاليين عدديين من البيانات المولدة والحقيقية. وأخيرًا ، تم إجراء دراسة المحاكاة للمقارنة بين الطرق التقليدية والبييزية.

نظام بإستخدام **<u>الباب الخامس</u>**: قدم هذا الباب تقدير بارامترات توزيع وايبل الأسي فى حالة استخدام نموذج إختبار الحياة المعجل جزئياً ذو الإجهاد PRO-II-Cلمُراقبة والبوتستراب وبييز لتقدير الإمكان الأعظم وتم استخدام طـرق CSPALT. الثابت البارامترات غير المعروفة ومعامل التعجيل. علاوة على ذلك ، تم الحصول على فترات وتم إستخدام سلاسل ماركوف مونت كارلو.الثقة التقريبية بحساب مصفوفة فيشر للمعلومات لدوال الخسارة للحصول على تقديرات بييز (Lindley's) ليندلى تقريب باستخدام و المقابلة لها. وأخيرًا ، تم تقديم مثال لتوضيح النتائج وفترات الثقة المتماثلة وغير المتماثلة كما أجريت دراسة المحاكاة لفحص ومقارنة أداء الطرق المختلفة.

والغرض من هذا الباب هو الحصول على التقدير بنقطة وبفترة لبارامترات **<u>الباب السادس</u>**: فى حالة استخدام نموذج إختبار PRO-II-C بإستخدام نظام المُراقبة توزيع وايبل الأسي و الإمكان الأعظم وتم استخدام طرق SSPALT. الحياة المعجل جزئياً ذو الإجهاد المرحلي

لتقدير البارامترات الغير معروفة ومعامل التعجيل. كما تم استخدام سلاسل ماركوف بييز فترات الثقةالمقابلة لها . وأخيرًا، تم تقديم التقريبية و لحساب تقديـرات بييز مونت كارلو مثال لتوضيح النتائج كما أجريت دراسة المحاكاة لفحص ومقارنة أداء الطرق المختلفة.

و **في النهاية** ، تم توفير مجموعة من المراجع التي تم الاستشهاد بها في الرسالة والتي ترتبط مباشرة بالمواضيع التي تم بحثها.