جامعة الفيوم
Fayoum University
جامعة الفيوم
كلية العلوم

طريقة جالركن الطيفية لحل المعادلات التفاضلية ذات الرتب الزوجية باستخدام كثيرات حدود تشبيشيف من النوعين الثالث والرابع

رسالة مقدمة من الطالب

محمود عبدالله رمضان بسيونى
قسم الرياضيات-كلية العلوم
جامعة الفيوم

لإستيفاء متطلبات الحصول على درجة الماجستير
(الرياضيات البحتة-تحليل عددي)

المشرفون

أ. د. كمال أحمد ديب
أستاذ الرياضيات البحتة
قسم الرياضيات – كلية العلوم
جامعة الفيوم

أ.د. عيد حسن ضحا
أستاذ الرياضيات البحتة
قسم الرياضيات – كلية العلوم
جامعة القاهرة

د. وليد محمد عبد الحميد
أستاذ مساعد الرياضيات البحتة
قسم الرياضيات – كلية العلوم
جامعة القاهرة

ملخص الرسالة باللغة العربية

طريقة جالركن الطيفية لحل المعادلات التفاضلية ذات الرتب الزوجية باستخدام كثيرات حدود تشبيشيف من النوعين الثالث والرابع

يهتم موضوعا التحليل العددى و نظرية التقريب بتقديم الطرق التقريبية لحلول المسائل المصاغة رياضيا مثل المعادلات التفاضلية، ولما كان هناك العديد من الظواهر الطبيعية التى يمكن وصفها باستخدام هذه المعادلات أو بأنماطها التكاملية المناظرة، فإننا سوف نهتم فى هذه الرسالة وعلى وجه الخصوص بفصول من المعادلات التفاضلية العادية و سوف نركز هنا على الحصول على التقريبات الصحيحة للدوال المعرفة بمثل هذه المعادلات و على وجه الخصوص المعادلات ذات الرتب الزوجية.

يعتبر الهدف الأساسى لهذه الرسالة هو تقديم وتطوير خوارزميات جديدة وفعالة وذلك لإيجاد الحلول المباشرة للمعادلات التفاضلية من الرتب الزوجية فى بعد واحد وبعدين باستخدام طريقة جالركن الطيفية على اساس التعبير عن الحل الطيفى بدلالة كثيرات حدود تشبيشيف من النوعين الثالث والرابع. تعتمد هذه الطرق فى الأساس على إنشاء قواعد مستقلة من الدوال كتركيبة خطية من كثيرات حدود تشبيشيف من النوعين الثالث والرابع ثم بتطبيق طريقة جالركن على المعادلات التفاضلية أو على أنماطها التكاملية المناظرة نحصل على أنظمة خطية لها مصفوفات ذات بناء خاص وبالتالى نتمكن من ايجاد معكوساتها بفاعلية وكفاءة، الأمر الذى يمكننا من تعيين معاملات مفاكيك الحلول. ومن الجدير بالذكر أن معظم الكتب والأبحاث المهتمة بكثيرات حدود تشبيشيف تهتم في الأساس بكثيرات حدود تشبيشيف من النوعين الأول والثاني (أنظر على سبيل المثال الكتب التي قام بتأليفها بويد [٢٧] ، وفوكس وباركر [٦٠] وكذلك الأبحاث التي قام بها ضحا ([٣٤] ،

[٣٦]) وماسون [٨٣])، بينما يوجد دراسات قليله جدا مهتمة بكثيرات حدود تشبيشيف من النوعين الثالث والرابع سواء من وجهة النظر النظرية أو من ناحية استخداماتها في التطبيقات المتنوعة، وعلى سبيل المثال فإن جاوتشى [٦٢] وماسون [٨٤] ونوتاريس [٨٨] استخدموا كثيرات حدود تشبيشيف من النوعين الثالث والرابع لعمل بعض أنواع التقريبات وكذلك فى تطبيقات أخرى. من الجدير بالذكر أنالمهتم بهذا النوع من كثيرات الحدود المتعامدة عليه الرجوع للكتاب الهام لماسون وهاندسكومب [٨٥].

لقد أعطينا فى الفصل الأول مقدمة مختصرة عن الطرق الطيفية و مميزاتها على طرق الفروق المنتهية وطرق العنصر المنتهى، كما وضحنا أيضا الفروق بين الطرق الطيفية الثلاث المستخدمة بصورة شائعة وهى طرق جالركن، الطريقة التجميعية و طريقة تاو. قمنا كذلك بعمل دراسة مختصرة عن كثيرات الحدود المتعامدة، وخصائصها و مفاكيك الدوال بدلالتها، كما ذكرنا بعض الخصائص العامة و العلاقات الهامة و المتعلقة بكثيرات حدود تشيبشيف من النوعين الثالث والرابع.

قمنا فى الفصل الثانى ببرهان النظريات الهامة على كثيرات حدود تشبيشيف من النوعين الثالث والرابع والتى تعطى علاقات مفكوكات الدوال بدلالتهما وكذلك التفاضلات المتكررة (q-times differentiations) بدلالة كثيرات الحدود ذاتها.

فى الفصل الثالث أعطينا خوارزميتين لحل المعالات التفاضلية العامة من الرتب الزوجية ذات الشروط الحدية المتجانسة و غير المتجانسة فى بعد واحد وبعدين باستخدام كثيرات حدود تشبيشيف من النوعين الثالث والرابع. قمنا أيضا بوضع خوارزميتين جديدتين باستخدام كثيرات حدود تشبيشيف من النوعين الثالث والرابع المزاحة من الفترة (1,1-) الى الفترة (0,1).

ناقشنا فى الفصل الرابع وبالتفصيل خوارزميتين لحل الأنماط التكاملية المناظرة للمعالات التفاضلية العامة من الرتب الزوجية ذات الشروط الحدية المتجانسة وغير متجانسة فى بعد واحد وبعدين باستخدام كثيرات حدود تشبيشيف من النوعين الثالث والرابع المزاحة من الفترة (1,1-) الى الفترة العامة (a,b).

قمنا بتوضيح النتائج التى حصلنا عليها- فى هذه الرسالة- فى شكل جداول بيانية كلما أمكننا ذلك، وقمنا بالمقارنة بخوارزميات أخرى فى أمثلة متعددة، وأوضحت هذه المقارنات أن النتائج المقترحة لإيجاد الحلول الطيفية التقريبية للمعادلات التفاضلية وأنماطها التكاملية المناظرة و التى قمنا بدراستها عالية الدقة والفعالية.

وعلى حد علمنا، فإن الصيغ و الخوارزميات، التى قدمناها فى الفصول من الثانى حتى الرابع جديدة تماما.

ومما يستوجب الذكر أن البرامج التى أستخدمت فى هذه الرسالة نفذت على الحاسب الشخصى من النوع (Intel(R) Pentium (R) 4 CPU 3.00 GHz, 1.00 GB RAM) حيث قمنا بإستخدام البرنامج الرمزى الحسابى المعروف باسم Mathematica 7 للقيام بالعمليات الحسابية و الجداول الحسابية الموجودة فى الرسالة ككل.