جامعة الفيـــوم
كلية العلـــــوم
قسم الرياضيات

حول بعض المسائل الحدية للمعادلات الناقصية فى نطاقات غير ملساء فى فراغات سوبولوف وهولدر

مقدمة من

رامى رمضان محمود محمد

للحصول على

درجة الماجستير فى الرياضيات البحتة

(تخصص معادلات تفاضلية جزئية)

قسم الرياضيات

كلية العلـــوم

جامعة الفيـــوم

٢٠١٣

ملخص الرسالة

نستعرض فى هذه الرسالة أهم نتائج المسائل الحدية للمعادلات الناقصية فى مجالات حدودها ملساء ، ثم فى مجالات تحتوى حدودها على أركان. ثم نحصل على نتيجة جديدة لمسألة إبتدائية وحدية اولى لمعادلة ناقصية فى مجال يحتوى على زاوية خاصة $\omega = \frac{\pi}{2}$.

$$\Delta u = f(x,y), \qquad (x,y) \in \Omega,$$

$$u|_{\Gamma_0} = \varphi(y)\ , \frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_\omega} = \Psi(r)\ ; \textit{where}\ r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

حيث أن :

$$\Gamma_0 : x = 0 \quad \text{and} \quad \Gamma_\omega : y = 0$$

$\frac{\partial u}{\partial n}$ هى المشتقة العمودية الداخلية.

ويحتوى المجال Ω– كجزء من حدوده على الجزئين (Γ_0 , Γ_ω) من محورى السينات والصادات على الترتيب.

وإستطعنا إيجاد الشروط اللازمة والكافية لكى ينتمى الحل إلى الرتبة $C^{2+\alpha}(\overline{\Omega})$.

وتتكون هذه الرسالة من ثلاثة أبواب :-

الباب الأول :

هذا الباب هو مدخل الرسالة ويحتوي على المبادىء الأولية والمفاهيم الأساسية المستخدمة في الرسالة.

الباب الثانى :

يتكون من أربعة فصول؛ الأول منها وهو التمهيدية؛ يتضمن استعراضا لأهم النتائج والمساهمات السابقة فى عملنا .

في الفصل الثانى إستنتجنا الشروط اللازمة والكافية لحل أملس u ،لمسألة ديريشليت لمعادلة بواسون فى نطاق غير أملس ويحتوى على ركن يصنع زاوية $\omega = \frac{\pi}{2}$ ، لكى ينتمى إلى الفراغ $C^{2+\alpha}$.

أما فى الفصل الثالث إستطعنا إثبات الشروط اللازمة والكافية لحل أملس u ،لمسألة مختلطة لمعادلة بواسون فى نطاق غير مرن ويحتوى على ركن يصنع زاوية $\omega = \frac{\pi}{2}$ ، لكى ينتمى إلى الفراغ $C^{2+\alpha}$.

وأخيرا فى الفصل الرابع إستطعنا إثبات الشروط اللازمة والكافية لحل مرن u ،لمسألة مختلطة لمعادلة بواسون فى نطاق غير أملس ويحتوى على ركن يصنع زاوية $\omega = \frac{\pi}{4}$ ، لكى ينتمى إلى الفراغ $C^{2+\alpha}$.

الباب الثالث :

و يتكون هذا الباب من ثلاثة فصول؛ الأول منها وهو التمهيدية؛ يتضمن استعراضا للشروط الواجب توافرها فى مسألة ديريشليت لمعادلة بواسون لكى ينتمى حلها إلى الفراغ $C^{m+2+\alpha}$ والتى ستستخدم فى معالجة بعض الأمثلة العددية الواردة فى الفصل الأخير من هذا الباب .

في الفصل الثانى قمنا بإعطاء نبذة مختصرة عن طريقة عمل (Finite Element Method) وأيضا طريقة عمل برنامج الماتلاب المستخدم فى حل الأمثلة العددية واما الفصل الثالث فذكرنا فيه الأمثلة العددية وإستخدمنا برنامج الماتلاب فى حلها.